

带单侧裂纹楔梁动力特性研究

燃气涡轮研究院 邢德顺^{* *}

【摘要】 由于裂纹存在引起构件局部柔度的变化, 本文用线弹性断裂力学理论导出裂纹所释放的应变能, 由 Castigliano 定理得出局部柔度矩阵诸元素, 据此来修正楔形梁的刚度矩阵, 借助梁有限单元法, 求解带裂纹楔形梁的动力特性, 并对裂纹相对深度、裂纹位置、梁的长宽比、宽厚比、厚度斜度等几何因素对固有频率的影响进行了数值研究和相应的振动响应试验。

主题词: 梁 振动 裂纹 柔软度

分类号: V231.95

1 前 言

众所周知, 一台航空发动机叶片多达数百片, 叶片振动故障是屡见不鲜的, 叶片振动故障引起国内外工程界普遍重视, 有关叶片振动故障诊断报导甚多。本文用楔形悬臂梁来模拟转子叶片, 通过对带单侧裂纹的楔形梁振动理论分析, 研究其振动特性细微变化来进行振动故障诊断, 并进行了一些试验验证。所得结论希望能供同行参考。

2 无裂纹楔形梁

振动运动微分方程式为:

$$[M]\{\ddot{W}\} + [D]\{\dot{W}\} + [K]\{W\} = \{F\} \quad (1)$$

采用有限元法作振动分析, 考虑一端固定, 一端自由, 厚度方向具有斜度的梁单元(如图 1)。只考虑最小惯性轴



图 1 计算简图

单元的位移函数为:

$$W = N_1 W_i + N_2 \theta_i + N_3 W_j + N_4 \theta_j \quad (2)$$

$$N_1 = 1 - 3X^2/l_e^2 + 2X^3/l_e^3$$

$$N_2 = X - 2X^2/l_e + X^3/l_e^2$$

$$N_3 = 3X^2/l_e^2 - 2X^3/l_e^3, \quad N_4 = -2X^2/l_e + X^3/l_e^2 \quad (3)$$

式中: l_e 为梁单元长度, w_i, θ_i, w_j 和 θ_j 分别为梁单元左右截面的 Z 向位移和绕 Y 的转角。

根据变分原理可得到单元的刚度和质量矩阵。再按整体刚度和质量矩阵形成方法可得到对称刚度矩阵 $[K]$ 和质量矩阵 $[M]$ 。由方程(1)的齐次方程式, 可解出特征值和特征向量。考虑结构阻尼解(1)的非齐次方程可求解振动响应。

3 裂纹构件的局部柔度矩阵

为研究裂纹对构件动力特性的影响, 需建立在一般载荷下, 裂纹构件的局部柔度矩阵。为此, 考虑一个带裂纹的梁段, 其沿 y 轴有深度为 a 的裂纹, 裂纹沿 Z 轴的深度不变(图 2)。

由于裂纹存在, 就要释放出应变能 U_T , 按照 Castigliano 定理, 可以计算出由于裂纹引起的 $P_i(i=1, 2, 3, 4, 5)$ 方向的附加位移 U_i 。

裂纹扩展单位面积所释放出的应变能 J 如下:

$$J = \frac{1}{E} \left[\left(\sum_{i=1}^5 K_{Ii} \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^5 K_{IIi} \right)^2 + a \left(\sum_{i=1}^5 K_{IIIi} \right)^2 \right] \quad (4)$$

式中: K_{mn} 为载荷 P_n 产生的 m 型应力强度因子。

对于平面应力 $E' = E$ 和平面应变 $E' = E/(1-\nu^2)$ 。 $a = 1 + \nu$, 则:

$$U_T = B \int J da, \quad U_i = \frac{\partial U_T}{\partial P_i}$$

而局部柔度矩阵元素为:

$$C_{ij} = \partial U_i / \partial P_j = \partial^2 U_T / \partial P_i \partial P_j \quad (5)$$

考虑到式(4)和(5)得: $C_{ij} = \frac{1}{E B} \int \left[\frac{\partial^2}{\partial P_i \partial P_j} \sum \left(\sum_n e_{mn} K_{mn} \right)^2 dy \right] da$

式中: m 分别取 I, II 和 III, $n = 1, 2, 3, 4, 5$, 当 $m = \text{III}$ 时, $e_m = a$; $m = \text{I}$ 和 II 时, $e_m = 1$ 。参考文献[1] 并经演算得到局部柔度矩阵为:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 & C_{14} & C_{15} \\ 0 & C_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & 0 & 0 \\ C_{41} & 0 & 0 & C_{44} & C_{45} \\ C_{51} & 0 & 0 & C_{54} & C_{55} \end{bmatrix}$$

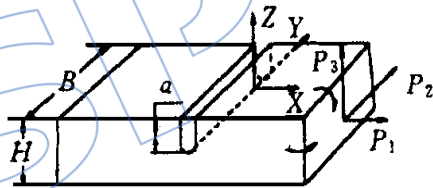


图2 具有裂纹的加载梁段

4 带裂纹楔形梁^[2]

对于最小惯性轴方向(xoy 平面内)的振动, 其局部柔度矩阵仅保留 C_{55} 一个元素。若梁高为 H , 宽为 B , 则:

$$C_{55} = \frac{6\Phi_{22}}{E B^3 H^3}, \quad \Phi_{22} = \int \frac{\pi a}{H} F_2^2 \left(\frac{a}{H} \right) da$$

$$F_2(a/H) = \frac{(2H/\pi a) \cdot \tan(\pi a/2H) \{0.923 + 0.199[1 - \sin(\pi a/2H)]^4\}}{\cos(\pi a/2H)}$$

带裂纹梁的变形由两部分组成, 一部分由局部柔度 C_{55} 所形成的扭转弹簧而引起的刚体角向位移 δ_1 , 另一部分则是由于强迫振动引起的弹性变形 δ_2 ^[2], 因此, 带裂纹的悬臂楔形梁的计算模型如图 3 所示。

当无裂纹时, 自由端的刚度系数为 $3EJ_y/L^3$, 由于裂纹引起自由端刚体位移为 $\delta_1 = PL^2 C_{55}$, 则其线性刚度系数为 $1/L^2 C_{55}$ 。可把带裂纹的楔形梁看成是串联的弹簧质量系统。其刚度系数为 $1/[L^3/(3EJ_y) + L^2 C_{55}]$, 与无裂纹悬臂楔形梁刚度相比, 其比值为: $C_{AB} = 1/$

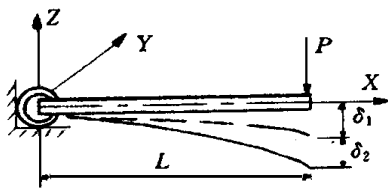


图3 带裂纹楔形悬臂梁计算简图

$(1 + 3EJ_y C_{55}/L)$ 。如果裂纹不在根部, 而是在离自由端 L_c 处, 则: $C_{AB} = 1/(1 + 3EJ_y L_c^2 C_{55}/L^3)$ 只要用 C_{AB} 对无裂纹楔形梁的刚度矩阵进行修正, 就可得到带裂纹楔形梁的刚度矩阵。

5 数值研究

(1) 共振频率变化与相对裂纹深度 a/H 和裂纹位置关系。

如图 4(a) 所示, 当 $a/H = 0.1$ 时, 一阶共振频率的变化率 ω_1/ω (ω_1 为有裂纹固有频率, ω 为无裂纹固有频率) 与裂纹位置关系曲线近似于直线, 随着相对裂纹深度 a/H 值增大, 其变化关系由直线向曲线变化, 由曲线可知, 梁身裂纹, 只有当 a/H 值超过 0.3 时, 才有可能通过共振频率的变化来识别裂纹存在, 特别是靠近自由端的裂纹。对于根部裂纹, a/H 值不到 0.1, 也有可能通过共振频率变化来识别裂纹。

(2) 不同厚度斜度 I 的梁, 共振频率变化率与裂纹位置的关系。

图 4(b) 给出了 $a/H = 0.4$, $B/H_0 = 10$, $L/B = 4.1$, (H_0 为梁根部截面厚度) 几种梁厚度斜度下, 共振频率变化率与裂纹位置关系曲线。当梁厚度斜度为零时, 其变化关系近似于直线。随着厚度斜度的增加, 逐渐呈曲线变化规律, 由图可见, 裂纹在根部时, 随着梁厚度斜度的增加, 共振频率变化减小。所以, 从识别裂纹的角度来说, 裂纹在根部时, 平直梁的共振频率变化大些, 对裂纹敏感些。而裂纹在梁身时, 则楔形梁的共振频率变化大, 用共振频率来识别裂纹就灵敏些。

(3) 不同长宽比值梁, 共振频率变化率与裂纹位置的关系。

图 4(c) 给出了 $B/H_0 = 10$, $a/H = 0.3$, 厚度斜度为 0.006 时, 4 种不同 L/B 值梁共振频率变化率和裂纹位置关系曲线。由图可见, 梁的 L/B 比值小, 共振频率变化大, 因此, 对于长宽比小的梁, 用共振频率变化来识别裂纹要灵敏些。

(4) 不同 B/H_0 比值的梁, 共振频率变化率与裂纹位置的关系。

图 4(d) 给出了 $L/B = 4.1$, $a/H = 0.3$, 厚度斜度为 0.006 时, 不同梁宽与梁根厚度比值下, 共振频率变化率与裂纹位置关系曲线。由图可见, B/H_0 值小的梁, 其共振频率变化大。因此, 对于 B/H_0 值小的梁, 用共振频率的变化来识别裂纹要灵敏些。对于梁身裂纹尤为如此。

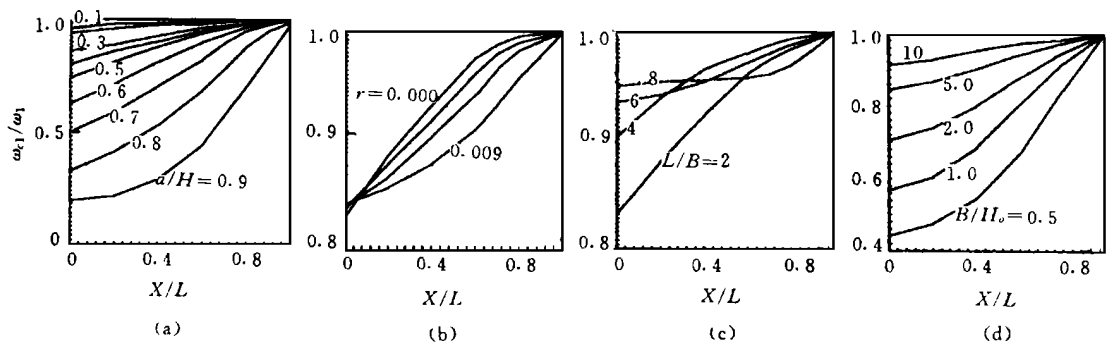


图 4 共振变化率分别(a)与裂纹深度和裂纹位置关系曲线($B/H_0 = 10, L/B = 4.1, I = 0.0$);

(b)与裂纹位置梁厚度斜度关系曲线($B/H_0 = 1.0, a/H = 0.4, L/B = 4.1$);

(c)与裂纹位置、梁厚度斜度关系曲线($B/H_0 = 10, a/H = 0.3, I = 0.006$);

(d)与梁的 L/B 比值裂纹位置关系曲线($L/B = 4.1, a/H = 0.3, I = 0.006$)

(5) 对于各种相对裂纹深度, 即使是, $a/H = 0.9$ 有裂纹梁的振型与无裂纹梁的振型相比

较,未发生有意义的变化。

6 试 验^[3]

试件采用 $B=4.0\text{ cm}$, $H_0=0.402\text{ cm}$, $I=0.006$, $L=16.7\text{ cm}$, 材料为 40CrNiMo 的楔形梁, 试件上有不同深度和位置的裂纹, 见图 5 和表 1。

表 1 裂纹参数表

序号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
U	165	165	165	165	145	145	145	145	125	125	125	125	105	105	105	105	85	85	85	85
a	0.2	0.4	0.7	1.0	0.2	0.4	0.7	1.0	0.2	0.4	0.7	1.0	0.2	0.4	0.7	1.0	0.2	0.4	0.7	1.0

试验采用不同激振位置的定力单点激振, 分别在离梁根部距离 l_p 为 5.8、8.6 和 11 cm 三点进行激振, 在此三点同时进行拾振, 激振用丹麦 B&K 公司的 4808 激振器, 其上装有该公司的 8001 阻抗头, 通过阻抗头用细连杆与试件相连。拾振用国产六通道 ZZZF6-1 型电涡流测振仪。全部讯号在日本产的 CF-920FFT 分析仪中作传递函数分析, 再将传递函数的虚部和实部输入 IBM-PC 机中进行实模态分析。经分析后, 试验结果如下: (1) 各种相对裂纹深度和各种裂纹位置试件测得的谐振频率与无裂纹试件的谐振频率比值均与理论计算结果吻合较好。(2) 靠近梁根部激振时, 分析得出的各种裂纹相对深度及各种裂纹位置试件的传递函数变化趋势是合理的, 且裂纹试件的传递函数大于无裂纹的试件传递函数。(3) 各种激振位置, 各种裂纹相对深度和裂纹位置的试件所测得的振型未发生有意义的变化。

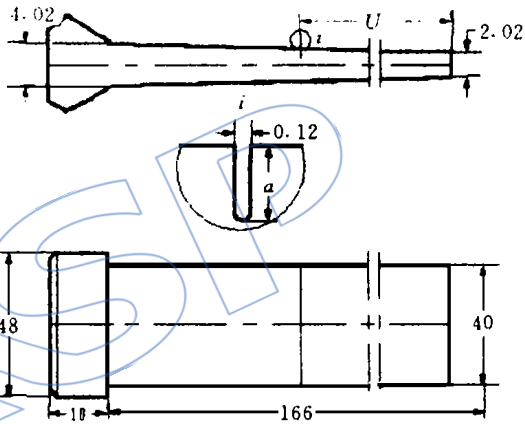


图 5 试件图

7 结 论

(1) 本文计算分析得出的裂纹梁与无裂纹梁谐振频率的变化率和试验吻合较好; (2) 在试验室, 利用精密讯号源, 根据谐振频率的变化, 可识别出 $a/H=0.005$ 的根部裂纹; (3) 就用固有频率变化识别裂纹而言, 在相同条件下, 平直梁的根部裂纹比楔形梁根部裂纹易于识别, 梁身裂纹则是楔形梁比平直梁易于识别。长宽比、宽厚比小的梁比长宽比、宽厚比大的梁易于识别; (4) 裂纹的存在不能引起振型产生有意义的变化。

参 考 文 献

1 Tada H. The Stress Analysis of Cracks Handbook. Del Reserch Corp. Hellertown Pennsylvania, 1973
2 Chondres T G and Dimarogonas A D. Identificationof Cracks in Welded Joints of Complex Structures. J. Saund Vibr, 1980, 169(4): 531
3 周松江. 变截面裂纹构件振动试验研究报告. 航空航天部燃气涡轮研究所, 1988

(责任编辑 王震华)

points). An experimental rotor of the 1st turbine disk had been designed to model the stress spectrum on the check points. The high temperature LCF (low cycle fatigue) test of an old disk was also conducted at SB804 – the disk LCF tester in GTE (Gas Turbine Establishment). The test indicated that cracks emerged on the check points of 5 from all of 16 pin holes on the old disk as the 6047th cycle was completed and the crack extended life is 2886 cycles. The comparative analysis of the test results of the old and new disks indicates that LCF crack growth life and fault life with reliability 99.87% and degree of confidence 95% for the 1st turbine disk are 1132 cycles and 2072 cycles respectively.

Key Words Turbines Discs Fatigue life Experiments

A STUDY ON FATIGUE PROPERTY OF AUSTENITIC WELDED JOINTS IN STATE OF DEFORMING RECRYSTALLIZATION

Ruan Miqing and Fan Yinhe

(2nd Dept. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016)

ABSTRACT The post weld heat-treatment cannot obviously improve the heterogeneity of microstructure and mechanical property in 1Cr18Ni9Ti welded joints, in particular for increasing their fatigue property, because there is no allotropic modification in 1Cr18Ni9Ti alloy, an austenitic stainless steel. Deforming recrystallization can be used to better the microstructure and mechanical properties of austenitic welded joints, and then to enhance their fatigue resistance remarkably. This paper mainly discusses the improvement of the microstructure and fatigue property in 1Cr18Ni9Ti welded joints, and verifies it by the low-cycle fatigue tests.

Key Words Austenitic stainless alloy Welded joint Recrystallization
Fatigue property

DYNAMIC BEHAVIOUR INVESTIGATION OF TAPER BEAM WITH SIDEWISE CRACK

Xing Deshun

(Gas Turbine Institute, Chendu 610500)

ABSTRACT Emergence of crack causes local flexibility variation of the component. A linear elasticity theory of fracture mechanics is applied to deriving the strain energy released by the crack. According to Castigliano theorem, elements of local flexibility matrix are obtained, which can correct the stiffness matrix of the taper beam. The dynamic behaviour of the taper beam has been found out by means of finite element method. The effects of relative depth of crack, crack location, ratios of length to width and width to taper thickness on natural frequency have been numerically investigated and the relevant experiments have been conducted to testify the calculation results.

Key Words Beams Vibration Crack Flexibility